

به نام خدا

آمار احتمال مهندسی

۱- برای جدول توزیع فراوانی زیر میانه را محاسبه کنید .

حدود طبقات	[۰/۴]	[۴/۸]	[۸/۱۲]	[۱۲/۱۶]
فراوانی f_i	۵	۸	۱۳	۸

حل : ابتدا ستون فراوانی تجمعی تشکیل می دهیم .

حدود طبقات	[۰/۴]	[۴/۸]	[۸/۱۲]	[۱۲/۱۶]
فراوانی f_i	۵	۸	۱۳	۸
فراوانی تجمعی f_{ci}	۵	۱۳	۲۶	۳۴

$$\frac{n}{2} = \frac{34}{2} = 17 , \quad F_{ci} = 13 , f_i = 13 , C = 4L = 8$$

$$\mu_d = 8 + \left(\frac{17 - 13}{13} \right) 4 = \frac{9}{23} \quad \frac{n}{2} = 17$$

۲- احتمال اینکه شخص بیماری کلیه داشته باشد ۰/۱۲ و احتمال اینکه کم خونی داشته باشد ۰/۲۹ و

احتمال اینکه هر دو بیماری را داشته باشد ۰/۰۷ است مطلوبست محاسبه احتمال اینکه

الف) حداقل یکی از دو بیماری را داشته باشد

ب) هیچکدام از دو بیماری را نداشته باشد

حل:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{12}{100} + \frac{19}{100} - \frac{7}{100} = \frac{34}{100} \text{ (الف)}$$

$$P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0/34 = 0/66 \text{ (ب)}$$

۳- یک تاس را پرتاب می کنیم احتمال آن را حساب کنید که عدد ۶ رخ دهد به شرط آنکه میدانیم عدد

بزرگتر از ۲/۴ داراست

$$S = \{2,1,3,4,5,6\} \quad A = \{6\} \Rightarrow P(A) = \frac{1}{6} \text{ حل:}$$

$$B = \{5,6\} \Rightarrow P(B) = \frac{2}{6} \quad A \cap B = \{6\}, P(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

$$P(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{2}{6}} = \frac{1}{2}$$

۴- سکه ای را ۳ بار پرتاب می کنیم اگر متغیر تصادفی X نشان دهنده تعداد شیرها در این ۳ پرتاب باشد

تابع احتمال Y را بدست آورید.

حل :

$$S = \{HHH, HHT, HTH, HTT, TTT, THT, THH, TTH\}$$

نشان دهنده تعداد شیر مادر ۳ پرتاب $X = 3, 2, 2, 1, 0, 1, 1, 2$

$$f(0) = P(x = 0) = P(TTT) = \frac{1}{8}$$

$$f(1) = P(x = 1) = P(HTT, TTH, THT) = \frac{3}{8}$$

x	0	1	2	3
$f(2) = P(X = x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

$$f(2) = P(x = 2) = P(HHT, HTH, THH) = \frac{3}{8}$$

$$f(3) = P(x = 3) = P(HHH) = \frac{1}{8}$$

۵- اگر متغیر تصادفی Y دارای تابع احتمال زیر باشد مقدار امید $*** X$ را بدست آورید

x	0	1	2
$f_x(x)$	0/3	0/4	0/3

حل :

$$\begin{aligned}
 F(x) &= E(x) \\
 &= \sum x f_x(x) = -f(0) + f(1) + 2f(2) \\
 &= 0 \times 0/3 + 1 \times 0/4 + 2 \times 0/3 = 1
 \end{aligned}$$

۶-۶ نفر و ۶ صندلی در یک ردیف داریم . اگر یک نفر از بین این ۶ نفر روی یکی از صندلی ها بنشیند بقیه به چند حالت می توانند بر روی صندلی های باقیمانده بنشینند؟

$$\text{حل: } 6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

۷- محموله ای شامل ۱۰ تلویزیون که ۳ تا از آنها معیوب است به فروشگاه ارسال می شود ، شخصی به تصادف ۲ تلویزیون می خرد ، اگر متیگر تصادفی X برابر تعداد تلویزیونهای معیوب در این نمونه تصادفی دوتایی باشد مقادیر زیر را به دست آورید.

$$E(2x^2 - 4x + 8) , \quad Var(4x - 7)$$

حل:

$$\binom{8}{2} = \frac{8!}{(8-2)! 2!} = 28$$

$$\binom{10}{24} = \frac{10!}{(10-4)! 4!} = 210$$

۸- فردی در یک آزمون چهار سوالی که سوالات به صورت دو گزینه ای هستند شرکت می کند و به صورت تصادفی به سوالات پاسخ می دهد چقدر احتمال دارد این فرد به دو سوال پاسخ درست دهد.

حل : آزمایش ۴ بار تکرار شده است

$P = \frac{1}{2}$ احتمال اینکه به سوال پاسخ درست دهد

$$1 - P = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad n = 4, X = 2 \text{ تعداد موفقیت}$$

$$f_x(x) = \binom{4}{x} P(1 - P)^{4-x} \quad x = 0, 1, 2, 3, 4$$

$$\begin{aligned} P(x = 2) = f(2) &= \binom{4}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^{4-2} = \frac{4!}{2!2!} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \\ &= \frac{6}{16} = 0.375 \end{aligned}$$

۹- میانگین انحراف های توزیع قد ۵۰۰ دانش آموز دوره ابتدایی به ترتیب ۱۹۵ و ۲۱۵ سانتی متر است

اگر توزیع اندازه قد آن ها نرمال باشد ، قد چند درصد دانش آموزان بزرگتر از ۱۵۰cm است .

حل : اگر X برابر قد دانش آموزان بگیریم

$$P(X > 150) = 1 - P\left(\frac{X - N}{\delta} < \frac{15 - 145}{2/5}\right)$$

$$\begin{aligned} P(Z < 2) &= 0.9772 \Rightarrow 1 - P(Z < 2) = 1 - 0.9772 = 0.0222 \\ &= 0.0282 \times 100 = 2.82\% \end{aligned}$$

۱۰- در یک کارگاه تولید لوله ، لوله هایی را تولید می کند که طول این لوله ها دارای توزیع نرمال

با میانگین ۸ و انحراف معیار ۰/۵ می باشد مطلوب است

الف) چند درصد از لوله ها دارای طولی بین ۷/۵ تا ۹ متر است ؟

ب) اگر در یک روز این کارگاه ۲۰۰ لوله تولید کند چه تعدادی از این لوله ها طولی بیشتر از ۹/۲ متر

دارند؟

حل:

الف) متغیر تصادفی برابر طول لوله $X=$

$$P(7/5 < X < 9) = P\left(\frac{7/5 - 8}{0/5} < \frac{X - \mu}{\delta} < \frac{9 - 8}{0/5}\right) =$$

$$P(-1 < Z < 2) = P(Z < 2) - P(Z < -1) = 0/9702 - 0/1587 = 0/8115$$

$$P(X > 9/2) = P\left(\frac{X - \mu}{\delta} < \frac{9/2 - 8}{0/5}\right) = P(Z > 4) \text{ ب)}$$

$$= 1 - P(Z < 4) = 1 - 0/9918 = 0/0082$$

$$(0/0082)(200) = 1/64 \approx 2$$